Números Complejos

José Ortiz Bejar

Facultad de Ingeniería Eléctrica, UMSNH

Marzo 2022

Números complejos

Definición

- $i = \sqrt{-1}$ se conoce como la raíz imaginaria

Números complejos

Definición

- $i = \sqrt{-1}$ se conoce como la raíz imaginaria
- Un número de la forma $a + bi$ donde a y b son números reales, se conoce como un número complejo.

Números complejos

Definición

- $i = \sqrt{-1}$ se conoce como la raíz imaginaria
- Un número de la forma $a + bi$ donde a y b son números reales, se conoce como un número complejo.
- La a se conoce como la parte real y la b se conoce como la parte imaginaria del número complejo.

Números complejos

Definición

- $i = \sqrt{-1}$ se conoce como la raíz imaginaria
- Un número de la forma $a + bi$ donde a y b son números reales, se conoce como un número complejo.
- La a se conoce como la parte real y la b se conoce como la parte imaginaria del número complejo.
- El conjunto de los complejos C se define como:

$$\mathbb{C} = \{a + bi | a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1\}$$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5+3i$, $7+4i$, $-1-6i$, $5i$, 7

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5+3i,\ 7+4i,\ -1-6i,\ 5i,\ 7$
- $\sqrt{-4} =$
- $\sqrt{-25} =$
- $\sqrt{-12} =$
- $\sqrt{-11} =$
- $1+\sqrt{-8} =$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5 + 3i$, $7 + 4i$, $-1 - 6i$, $5i$, 7
- $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$
- $\sqrt{-25} =$
- $\sqrt{-12} =$
- $\sqrt{-11} =$
- $1 + \sqrt{-8} =$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5 + 3i,\ 7 + 4i,\ -1 - 6i,\ 5i,\ 7$
- $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$
- $\sqrt{-25} =$
- $\sqrt{-12} =$
- $\sqrt{-11} =$
- $1 + \sqrt{-8} =$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5+3i,\ 7+4i,\ -1-6i,\ 5i,\ 7$
- $\sqrt{-4}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{-1}=2i$
- $\sqrt{-25}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{-1}=5i$
- $\sqrt{-12}=$
- $\sqrt{-11}=$
- $1+\sqrt{-8}=$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5 + 3i$, $7 + 4i$, $-1 - 6i$, $5i$, 7
- $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$
- $\sqrt{-25} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{-1} = 5i$
- $\sqrt{-12} =$
- $\sqrt{-11} =$
- $1 + \sqrt{-8} =$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5 + 3i,\ 7 + 4i,\ -1 - 6i,\ 5i,\ 7$
- $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$
- $\sqrt{-25} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{-1} = 5i$
- $\sqrt{-12} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{12}i$
- $\sqrt{-11} =$
- $1 + \sqrt{-8} =$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5+3i,\ 7+4i,\ -1-6i,\ 5i,\ 7$
- $\sqrt{-4}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{-1}=2i$
- $\sqrt{-25}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{-1}=5i$
- $\sqrt{-12}=\sqrt{12}\cdot\sqrt{-1}=\sqrt{12}i$
- $\sqrt{-11}=$
- $1+\sqrt{-8}=$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5+3i,\ 7+4i,\ -1-6i,\ 5i,\ 7$
- $\sqrt{-4}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{-1}=2i$
- $\sqrt{-25}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{-1}=5i$
- $\sqrt{-12}=\sqrt{12}\cdot\sqrt{-1}=\sqrt{12}i$
- $\sqrt{-11}=\sqrt{11}\cdot\sqrt{-1}=\sqrt{11}i$
- $1+\sqrt{-8}=$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5 + 3i$, $7 + 4i$, $-1 - 6i$, $5i$, 7
- $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$
- $\sqrt{-25} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{-1} = 5i$
- $\sqrt{-12} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{12}i$
- $\sqrt{-11} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{11}i$
- $1 + \sqrt{-8} =$

Números complejos

Ejemplos de números complejos

- $5 + 3i$, $7 + 4i$, $-1 - 6i$, $5i$, 7
- $\sqrt{-4} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{-1} = 2i$
- $\sqrt{-25} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{-1} = 5i$
- $\sqrt{-12} = \sqrt{12} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{12}i$
- $\sqrt{-11} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{-1} = \sqrt{11}i$
- $1 + \sqrt{-8} = 1 + \sqrt{8} \cdot \sqrt{-1} = 1 + \sqrt{8}i$

Álgebra de los Números Complejos

Notación

- Todo número complejo z consta de dos componentes, llamadas: parte real y parte imaginaria, dadas por a y b respectivamente. Así pues, tenemos $Re(z) = a$ e $Im(z) = b$.

Álgebra de los Números Complejos

Notación

- Todo número complejo z consta de dos componentes, llamadas: parte real y parte imaginaria, dadas por a y b respectivamente. Así pues, tenemos $Re(z) = a$ e $Im(z) = b$.
- **Ejemplo** $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$
  Su parte real es $\sqrt{2}$ y su parte imaginaria es $\sqrt{3}$.

Álgebra de los Números Complejos

Notación

- Todo número complejo z consta de dos componentes, llamadas: parte real y parte imaginaria, dadas por a y b respectivamente. Así pues, tenemos $Re(z) = a$ e $Im(z) = b$.
- **Ejemplo** $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$
  Su parte real es $\sqrt{2}$ y su parte imaginaria es $\sqrt{3}$.
- Cuando no hay parte imaginaria, se denomina como un complejo real (ej. $z = \sqrt{7}$).

Álgebra de los Números Complejos

Notación

- Todo número complejo z consta de dos componentes, llamadas: parte real y parte imaginaria, dadas por a y b respectivamente. Así pues, tenemos $Re(z) = a$ e $Im(z) = b$.
- **Ejemplo** $z = \sqrt{2} + \sqrt{3}i$
  Su parte real es $\sqrt{2}$ y su parte imaginaria es $\sqrt{3}$.
- Cuando no hay parte imaginaria, se denomina como un complejo real (ej. $z = \sqrt{7}$).
- Cuando no hay parte real, se denomina como un imaginario puro por ejemplo $z = \sqrt{5}i$.

Números complejos

Igualdad de complejos

- Dos números complejos $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ son iguales sí y sólo sí $a = c$ y $b = d$.
- **Ejemplo:** Determinar el valor de a y de b si:

$$(a + 6) + 2bi = 6 - 5i$$

Números complejos

Igualdad de complejos

- Dos números complejos $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ son iguales sí y sólo sí $a = c$ y $b = d$.
- **Ejemplo:** Determinar el valor de a y de b si:

$$(a + 6) + 2bi = 6 - 5i$$

Si $a + 6 = 6$ y $2b = -5$

Números complejos

Igualdad de complejos

- Dos números complejos $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ son iguales sí y sólo sí $a = c$ y $b = d$.
- **Ejemplo:** Determinar el valor de a y de b si:

$$(a + 6) + 2bi = 6 - 5i$$

Si $a + 6 = 6$ y $2b = -5$

entonces

$a = 0$ y $b = -\frac{5}{2}$

Operaciones con Complejos

Suma de complejos

- Para sumar complejos hay que sumar las partes reales y las partes imaginarias por separado. Formalmente. Sean $z_1 = a_1 + b_1 i$ y $z_2 = a_2 + b_2 i$ dos números complejos. Entonces la suma de z_1 con z_2, $z_1 + z_2$ es el número complejo

$$z_1 + z_2 = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)i$$

Es decir, para sumar números complejos simplemente se suman sus componentes correspondientes.

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Suma de complejos

- Sumar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Suma de complejos

- Sumar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Suma de complejos

- Sumar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

$$z_1 + z_2 = (4 - 8i) + (3 + 5i)$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Suma de complejos

- Sumar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 = & \quad (4 - 8i) + (3 + 5i) \\ = & \quad (4 + 3) + (-8 + 5)i \end{aligned}$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Suma de complejos

- Sumar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 &= (4 - 8i) + (3 + 5i) \\ &= (4 + 3) + (-8 + 5)i \\ &= 7 - 3i \end{aligned}$$

Operaciones con Complejos

Resta de complejos

- Al igual que la suma la resta se realiza restando las partes reales y las partes imaginarias por separado. Sean $z_1 = a_1 + b_1 i$ y $z_2 = a_2 + b_2 i$ dos números complejos. Entonces la resta de z_1 con z_2, $z_1 - z_2$ esta dada por

$$z_1 + z_2 = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)i$$

Es decir, para restar números complejos simplemente se restan sus componentes correspondientes.

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Resta de complejos

- Restar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Resta de complejos

- Restar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Resta de complejos

- Restar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

$$z_1 - z_2 = \quad (4 - 8i) - (3 + 5i)$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Resta de complejos

- Restar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 = & \quad (4 - 8i) - (3 + 5i) \\ = & \quad (4 - 3) + (-8 - 5)i \end{aligned}$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo: Resta de complejos

- Restar $z_1 = 4 - 8i$ y $z_2 = 3 + 5i$

Solución:

$$\begin{aligned} z_1 - z_2 &= (4 - 8i) - (3 + 5i) \\ &= (4 - 3) + (-8 - 5)i \\ &= 1 - 13i \end{aligned}$$

Operaciones con Complejos

Propiedades de la suma

Si z_1, z_2 y z_3 son dos números complejos se tiene:

- **Cerrado para la suma** el resultado de $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$ son números complejos

Operaciones con Complejos

Propiedades de la suma

Si z_1, z_2 y z_3 son dos números complejos se tiene:

- **Cerrado para la suma** el resultado de $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$ son números complejos
- **Propiedad asociativa** $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$

Operaciones con Complejos

Propiedades de la suma

Si z_1, z_2 y z_3 son dos números complejos se tiene:

- **Cerrado para la suma** el resultado de $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$ son números complejos
- **Propiedad asociativa** $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$
- **Propiedad conmutativa** $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$

Operaciones con Complejos

Propiedades de la suma

Si z_1, z_2 y z_3 son dos números complejos se tiene:

- **Cerrado para la suma** el resultado de $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$ son números complejos
- **Propiedad asociativa** $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$
- **Propiedad conmutativa** $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$
- **Elemento neutro** para $0 + 0i$ se tiene

$$z+0 = (a+bi)+(0+0i) = (a+0)+(b+0)i = a+bi = z$$

Operaciones con Complejos

Propiedades de la suma

Si z_1, z_2 y z_3 son dos números complejos se tiene:

- **Cerrado para la suma** el resultado de $z_1 + z_2$ y $z_1 - z_2$ son números complejos
- **Propiedad asociativa** $z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3$
- **Propiedad conmutativa** $z_1 + z_2 = z_2 + z_1$
- **Elemento neutro** para $0 + 0i$ se tiene

  $$z+0 = (a+bi)+(0+0i) = (a+0)+(b+0)i = a+bi = z$$

- **Opuesto** si $z = a + bi$ su opuesto esta dado por $-z$ es decir $-z = -a - bi$. El opuesto satisface $z + (-z) = (-z) + z = 0$

Operaciones con Complejos

Ejemplo

Usando las propiedades, es posible calcular expresiones complicadas en donde aparezcan sumas y restas de complejos. Calcule el resultado de

$$z = (5 + 12i) + (10 - 8i) + (6 + 3i) - (7 + 2i)$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo

Usando las propiedades, es posible calcular expresiones complicadas en donde aparezcan sumas y restas de complejos. Calcule el resultado de

$$z = (5+12i) + (10-8i) + \underbrace{(6+3i) - (7+2i)}_{\textit{asociativa}}$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo

Usando las propiedades, es posible calcular expresiones complicadas en donde aparezcan sumas y restas de complejos. Calcule el resultado de

$$z = (5 + 12i) + (10 - 8i) + \underbrace{(6 + 3i) - (7 + 2i)}_{\text{asociativa}}$$

$$= (5 + 12i) + \underbrace{(10 - 8i) + (-1 + i)}_{\text{asociativa}}$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo

Usando las propiedades, es posible calcular expresiones complicadas en donde aparezcan sumas y restas de complejos. Calcule el resultado de

$$
\begin{aligned}
z &= (5+12i) + (10-8i) + \underbrace{(6+3i) - (7+2i)}_{\textit{asociativa}} \\
&= (5+12i) + \underbrace{(10-8i) + (-1+i)}_{\textit{asociativa}} \\
&= (5-12i) + (9-7i)
\end{aligned}
$$

Operaciones con Complejos

Ejemplo

Usando las propiedades, es posible calcular expresiones complicadas en donde aparezcan sumas y restas de complejos. Calcule el resultado de

$$
\begin{aligned}
z &= (5+12i)+(10-8i)+\underbrace{(6+3i)-(7+2i)}_{\text{asociativa}} \\
&= (5+12i)+\underbrace{(10-8i)+(-1+i)}_{\text{asociativa}} \\
&= (5-12i)+(9-7i) \\
&= 14+5i
\end{aligned}
$$

Ejercicios

- $(5 + 15i) + (20 - 2i)$
- $(\frac{1}{3} + \frac{5}{3}i) + (\frac{2}{3} + \frac{2}{3}i)$
- $(\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}) + (\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{5i}{\sqrt{2}})$
- $(\frac{3}{5} + \frac{16}{5}i) + (\frac{1}{20} + \frac{8}{5}i) + (\frac{10}{20} + \frac{6}{5}i)$
- Encontrar un número complejo z con la condición dada
  1. $z + (3 + 2i) = 5 + 20i$
  2. $i + (3 + 4i) = z$
  3. $z + (1 + i) = 18 + 6i$
  4. $z + (\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}i) = i$

Producto de números complejos

Multiplicación

Sean $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ se define el producto como

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

Producto de números complejos

Multiplicación

Sean $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ se define el producto como

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

- La expresión anterior se obtiene de operar cada complejo como expresiones algebraicas reales.

$$(a + bi)(c + di)$$

Producto de números complejos

Multiplicación

Sean $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ se define el producto como

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

- La expresión anterior se obtiene de operar cada complejo como expresiones algebraicas reales.

$$(a + bi)(c + di) = ac + adi + bci + bdi^2$$

Producto de números complejos

Multiplicación

Sean $z_1 = a + bi$ y $z_2 = c + di$ se define el producto como

$$z_1 \cdot z_2 = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

- La expresión anterior se obtiene de operar cada complejo como expresiones algebraicas reales.

$$\begin{aligned}(a+bi)(c+di) &= ac + adi + bci + bdi^2 \\ &= \underbrace{(ac - bd)}_{\text{parte real}} + \underbrace{(ad + bc)}_{\text{parte imaginaria}}\ i\end{aligned}$$

Multiplicación de complejos

Ejemplos

1. Dados $z_1 = 6 + 2i$ y $z_2 = 3 + 5i$ calcular $z_1 \cdot z_2$

Multiplicación de complejos

Ejemplos

1. Dados $z_1 = 6 + 2i$ y $z_2 = 3 + 5i$ calcular $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = (6 \times 3 - 2 \times 5) + (6 \times 5 + 2 \times 3)i = 8 + 36i$$

Multiplicación de complejos

Ejemplos

1. Dados $z_1 = 6 + 2i$ y $z_2 = 3 + 5i$ calcular $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = (6 \times 3 - 2 \times 5) + (6 \times 5 + 2 \times 3)i = 8 + 36i$$

2. Dados $z_1 = 8$ y $z_2 = 3 + 5i$ calcular $z_1 \cdot z_2$

Multiplicación de complejos

Ejemplos

1. Dados $z_1 = 6 + 2i$ y $z_2 = 3 + 5i$ calcular $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = (6 \times 3 - 2 \times 5) + (6 \times 5 + 2 \times 3)i = 8 + 36i$$

2. Dados $z_1 = 8$ y $z_2 = 3 + 5i$ calcular $z_1 \cdot z_2$

$$z_1 \cdot z_2 = +8(3 + 5i) = 24 + 40i$$

Producto de complejos

Propiedades

Si z_1, z_2 y z_3 que son números complejos se tiene:

- **Cerradura** el resultado de $z_1 \cdot z_2$ es un número

Producto de complejos

Propiedades

Si z_1, z_2 y z_3 que son números complejos se tiene:

- **Cerradura** el resultado de $z_1 \cdot z_2$ es un número
- **Propiedad asociativa** $z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3) = (z_1 \cdot z_2) \cdot z_3$

Producto de complejos

Propiedades

Si z_1, z_2 y z_3 que son números complejos se tiene:

- **Cerradura** el resultado de $z_1 \cdot z_2$ es un número
- **Propiedad asociativa** $z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3) = (z_1 \cdot z_2) \cdot z_3$
- **Propiedad conmutativa** $z_1 \cdot z_2 = z_2 \cdot z_1$

Producto de complejos

Propiedades

Si z_1, z_2 y z_3 que son números complejos se tiene:

- **Cerradura** el resultado de $z_1 \cdot z_2$ es un número
- **Propiedad asociativa** $z_1 \cdot (z_2 \cdot z_3) = (z_1 \cdot z_2) \cdot z_3$
- **Propiedad conmutativa** $z_1 \cdot z_2 = z_2 \cdot z_1$
- **Elemento neutro** el elemento neutro es 1. Se tiene

$$z + 0 = (a + bi) \cdot 1 = (a \cdot 1) + (b \cdot 1)i = a + bi = z$$

Producto de complejos

Propiedades (Cont.)

Si z_1, z_2 y z_3 que son números complejos se tiene:

- **Inverso** si $z = a + bi$ es un complejo distinto de 0, el inverso z^{-1} es otro número complejo tal que

$$z \cdot z^{-1} = z^{-1} \cdot z = 1$$

Producto de complejos

Propiedades (Cont.)

Si z_1, z_2 y z_3 que son números complejos se tiene:

- **Inverso** si $z = a + bi$ es un complejo distinto de 0, el inverso z^{-1} es otro número complejo tal que

$$z \cdot z^{-1} = z^{-1} \cdot z = 1$$

- **Propiedad distributiva**

$$z_1 \cdot (z_2 + z_3) = z_1 \cdot z_2 + z_1 \cdot z_3$$
$$(z_1 + z_2) \cdot z_3 = z_1 \cdot z_3 + z_2 \cdot z_3$$

Operaciones con complejos

El conjugado

Si $z = a + bi$ es un número complejo, entonces el Conjugado de z, denotado por $\bar{z}$, es otro complejo definido como

$$\bar{z} = a - bi$$

- Si $z = 3 + 7i$, entonces $\bar{z} = 3 - 7i$
- Si $z = 2 - 9i$, entonces $\bar{z} = 2 + 9i$

Operaciones con complejos

El Módulo

Si $z = a + bi$ es un número complejo, entonces el Módulo de z, denotado por $|z|$, es un número real definido como

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

El módulo puede definirse en función de $\bar{z}$ como

$$|z| = \sqrt{z\bar{z}}$$

Operaciones con complejos

Propiedades de módulo

Si z_1, z_2 y z_3 que son números complejos se tiene:

- $|z| \geq 0$
- $|z| = 0$ si y solo si $z = 0$
- $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$
- $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$
- $|z^{-1}| = |z|^{-1}$

Producto de números complejos

División

Sean z_1 y z_2 son números complejos y $z_2 \neq 0$ el producto se define como

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\bar{z_2}}{\bar{z_2}} = \frac{z_1 \cdot \bar{z_2}}{|z_2|^2}$$

Producto de números complejos

División

Sean z_1 y z_2 son números complejos y $z_2 \neq 0$ el producto se define como

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{\bar{z}_2}{\bar{z}_2} = \frac{z_1 \cdot \bar{z}_2}{|z_2|^2}$$

- Para dividir dos números complejos z_1 y z_2, primero se multiplica z_1 por el conjugado de z_2 y el resultado se divide entre el módulo al cuadrado de z_2, el cuál es un número real.

Producto de números complejos

Ejemplo division

Sean $z_1 = 3 + 4i$ y $z_2 = 2 + 3i$ calcular $\frac{z_1}{z_2}$

$$\begin{aligned}
\frac{z_1}{z_2} &= \frac{3+4i}{2+3i} \cdot \frac{2-3i}{2-3i} \\
&= \frac{(3+4i)(2-3i)}{2^2+3^2} \\
&= \frac{(6+12)+(-9+8)i}{11} \\
&= \frac{18-i}{11} \\
&= \frac{18}{11} - \frac{1}{11} i
\end{aligned}$$

Ejercicios

1. Dados $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 5 + 3i$ y $z_3 = 4 + i$ calcular
   1) $z_1 \cdot z_2$
   2) $z_2 \cdot z_3$
   3) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$
   4) $\frac{z_1}{z_2}$
   5) $\frac{z_1 + z_2}{z_3 - z_2}$
   6) $3z_1 - 2z_2$

Ejercicios

1. Para $z_1 = 1 - 5i$ y $z_2 = 2 + 4i$ verificar la relación

$$\left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{z_2}$$

2. Determinar el número complejo z tal que

$$(7 + 2i)z + (2 + 3i) = 18 + 10i$$

3. Encontrar un número complejo z que módulo sea igual a 5 y su parte real igual a 3.
4. Encontrar un número complejo z tal que $z^2 = -7 + 24i$ y su parte real sea el doble de su parte imaginaria.