



Definición de desigualdad

Desigualdad es una relación de orden que se da entre dos valores cuando estos son distintos (en caso de ser iguales, lo que se tiene es una igualdad).

Símbolo	Significado
$>$	Mayor que
\geq	Mayor que o igual a
$<$	Menor que
\leq	Menor que o igual a

Tabla símbolos desigualdades





Definición de desigualdades entre dos números reales

Una **desigualdad** plantea que una expresión es menor que otra. La recta de los números reales es útil para demostrar relaciones de orden entre dos números reales a y b . Como se muestra en la figura.

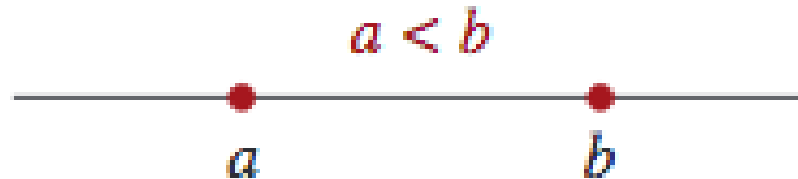


Figura. recta a-b.





Ejemplo desigualdades

Usando la relación de orden mayor que, compare los números reales π y $\frac{22}{7}$.

Solución A partir de $\pi = 3.1415\dots$ y $\frac{22}{7} = 3.1428\dots$, tenemos que

$$\frac{22}{7} - \pi = (3.1428\dots) - (3.1415\dots) = 0.001\dots$$

Puesto que esta diferencia es positiva, concluimos que $\frac{22}{7} > \pi$.





Intervalo

En matemática, un **intervalo** es una porción de recta.

El **intervalo de una variable** se le denomina al conjunto de valores que puede tomar una **variable**, los extremos del **intervalo** pueden ser o no ser tomados, esto depende de las condiciones que se le apliquen a la **variable**.

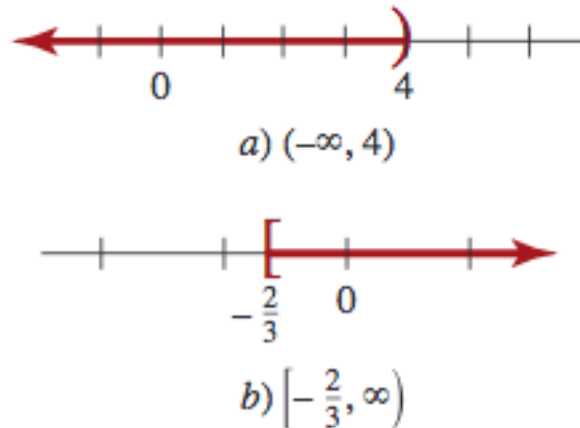


Figura. Ejemplos de intervalos



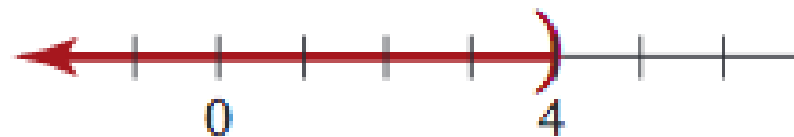


Ejemplo 1 Intervalos

Resuelva $8x + 4 < 16 + 5x$.

$$\begin{aligned}8x + 4 &< 16 + 5x \\8x + 4 - 4 &< 16 + 5x - 4 \\8x &< 12 + 5x \\8x - 5x &< 12 + 5x - 5x \\3x &< 12 \\(\frac{1}{3})3x &< (\frac{1}{3})12 \\x &< 4.\end{aligned}$$

$\{x \mid x \text{ es real y } x < 4\}$



a) $(-\infty, 4)$

Recta de la solución del problema 1





Tipos y equivalencia con desigualdades

Desigualdad	Conjunto solución	Notación de intervalos	Nombre	Gráfica
$a < x < b$	$\{x a < x < b\}$	(a, b)	Intervalo abierto	
$a \leq x \leq b$	$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	Intervalo cerrado	
$a < x \leq b$	$\{x a < x \leq b\}$	$(a, b]$	Intervalo semiabierto	
$a \leq x < b$	$\{x a \leq x < b\}$	$[a, b)$	Intervalo semiabierto	
$a < x$	$\{x a < x < \infty\}$	(a, ∞)	Intervalos no acotados o infinitos	
$x < b$	$\{x -\infty < x < b\}$	$(-\infty, b)$		
$x \leq b$	$\{x -\infty < x \leq b\}$	$(-\infty, b]$		
$a \leq x$	$\{x a \leq x < \infty\}$	$[a, \infty)$		
$-\infty < x < \infty$	$\{x -\infty < x < \infty\}$	$(-\infty, \infty)$		

Tabla. Desigualdades e intervalos





Propiedades de las desigualdades

En palabras simples la ley de **tricotomía** dice que el conjunto de los números reales está totalmente ordenado; esto significa que cualquier par de números reales son comparables con respecto al orden. Es decir, para cualesquiera dos números reales a y b se tiene forzosamente una de tres posibilidades: $a > b$, $a < b$ o $a = b$.

$$a < b, \quad a = b \quad \text{o} \quad a > b$$

Figura. ley tricotomía





Propiedades de las desigualdades

Transitividad

Para números reales arbitrarios a , b y c :

Si $a > b$ y $b > c$ entonces $a > c$.

Si $a < b$ y $b < c$ entonces $a < c$.

Si $a > b$ y $b = c$ entonces $a > c$.

Si $a < b$ y $b = c$ entonces $a < c$.





Propiedades de las desigualdades

Adición y sustracción

Para números reales arbitrarios a, b y c :

Si $a < b$ entonces $a + c < b + c$ y $a - c < b - c$.

Si $a > b$ entonces $a + c > b + c$ y $a - c > b - c$.





Propiedades de las desigualdades

Multiplicación y división

Para números reales arbitrarios **a** y **b**, y **c** diferente de

Si **c** es positivo y **a < b** entonces **ac < bc** y **a/c < b/c**

Si **c** es negativo y **a < b** entonces **ac > bc** y **a/c > b/c**

Opuesto

Para números reales arbitrarios **a** y **b**:

Si **a < b** entonces **-a > -b**.

Si **a > b** entonces **-a < -b**.





Propiedades de las desigualdades

Recíproco

Para números reales **a** y **b** distintos de cero, ambos positivos o

Si **a** < **b** entonces **1/a** > **1/b**.

Si **a** > **b** entonces **1/a** < **1/b**.

Si **a** y **b** son de distinto signo:

Si **a** < **b** entonces **1/a** < **1/b**.

Si **a** > **b** entonces **1/a** > **1/b**.





Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número real a coincide con él mismo si es positivo ó 0, y es igual a su opuesto si es negativo. Se representa por $|a|$.

El concepto de distancia de un punto en la recta numérica al origen se describe mediante la noción del valor absoluto de un número real.

Para cualquier número real a , el valor absoluto de a , denotado por $|a|$, es

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{si } a \geq 0, \\ -a, & \text{si } a < 0. \end{cases}$$





Valor absoluto

De forma más precisa, como se muestra en la figura, para cualquier número real positivo x , la distancia del punto x al origen es x , pero para cualquier número negativo y , la distancia del punto y al origen es $-y$.



La distancia de 0 a x es x ; la distancia de 0 a y es $-y$





Propiedades del Valor absoluto

Sean x y y números reales. Entonces

$$i) |x| \geq 0$$

$$iii) |x| = |-x|$$

$$v) \frac{|x|}{|y|} = \frac{|x|}{|y|}, \text{ con } y \neq 0$$

$$ii) |x| = 0 \text{ si y sólo si } x = 0$$

$$iv) |xy| = |x||y|$$

$$vi) |x + y| \leq |x| + |y|$$





Ejemplo 1 Valor absoluto

Halle $|x - 6|$ si **a)** $x > 6$, **b)** $x = 6$ y **c)** $x < 6$.

Solución

- a)** Si $x > 6$, entonces $x - 6$ es positivo. Luego, de la definición de valor absoluto en \mathbb{R} concluimos que $|x - 6| = x - 6$.
- b)** Si $x = 6$, entonces $x - 6 = 0$; luego, $|x - 6| = |0| = 0$.
- c)** Si $x < 6$, entonces $x - 6$ es negativo y tenemos que $|x - 6| = -(x - 6) = 6 - x$.





Ejemplo 2 Valor absoluto

Resuelve las siguientes desigualdades

a) $|2 - 2| = |0| = 0 \quad \leftarrow \text{de (2), } 0 \geq 0$

b) $|2 - 6| = |-4| = -(-4) = 4 \quad \leftarrow \text{de (2), } -4 < 0$

c) $|2| - |-5| = 2 - [-(-5)] = 2 - 5 = -3 \quad \leftarrow \text{de (2), } -5 < 0$





Ejemplo 3 Valor absoluto

Halle $|\sqrt{2} - 3|$.

Solución Para hallar $|\sqrt{2} - 3|$ primero debemos determinar si $\sqrt{2} - 3$ es positivo o negativo. Como $\sqrt{2} \approx 1.4$, vemos que $\sqrt{2} - 3$ es un número negativo. Por tanto,

$$\begin{aligned} |\sqrt{2} - 3| &= -(\sqrt{2} - 3) = -\sqrt{2} + 3 \quad \leftarrow \text{Aquí se usa la ley distributiva} \\ &= 3 - \sqrt{2}. \end{aligned}$$

≡





Ejemplo 4 Valor absoluto

Resuelve.

Como 3 y $\sqrt{2}$ son números positivos,

$$|3| = 3 \quad \text{y} \quad |\sqrt{2}| = \sqrt{2}.$$

Pero como -3 y $-\sqrt{2}$ son números negativos, es decir, $-3 < 0$ y $-\sqrt{2} < 0$, deducimos de (2) que

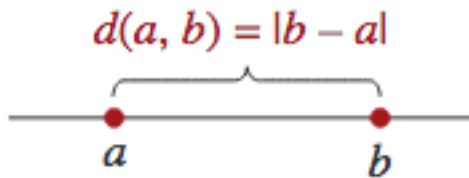
$$|-3| = -(-3) = 3 \quad \text{y} \quad |-\sqrt{2}| = -(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}. \quad \equiv$$





Distancia entre puntos.

Distancia entre puntos El concepto de **valor absoluto** no sólo describe la distancia de un punto al origen; también es útil para hallar la distancia que hay entre dos puntos en la recta numérica. Puesto que deseamos describir la distancia como una cantidad positiva, restamos una coordenada de la otra y luego obtenemos el valor absoluto de la diferencia



$$d(a, b) = |b - a|.$$





Ejemplos Distancia.

a) La distancia de -5 a 2 es

b) La distancia de 3 a $\sqrt{2}$ es





Ejemplos Distancia.

a) La distancia de -5 a 2 es

$$d(-5, 2) = |2 - (-5)| = |7| = 7.$$

b) La distancia de 3 a $\sqrt{2}$ es





Ejemplos Distancia.

a) La distancia de -5 a 2 es

$$d(-5, 2) = |2 - (-5)| = |7| = 7.$$

b) La distancia de 3 a $\sqrt{2}$ es

$$d(3, \sqrt{2}) = |\sqrt{2} - 3| = 3 - \sqrt{2}.$$





Propiedades del Valor absoluto

Coordenada del punto medio

Coordenada del punto medio sirve para hallar una expresión para el punto medio de un segmento de recta. El punto medio m de un segmento de recta que une a a y b es el promedio de los dos extremos:

$$m = \frac{a + b}{2}.$$





Ejemplo Punto medio

Punto medio

El segmento de recta que une a a y b tiene punto medio $m = 4$. Si la distancia de a a b es de 7, halle a y b .

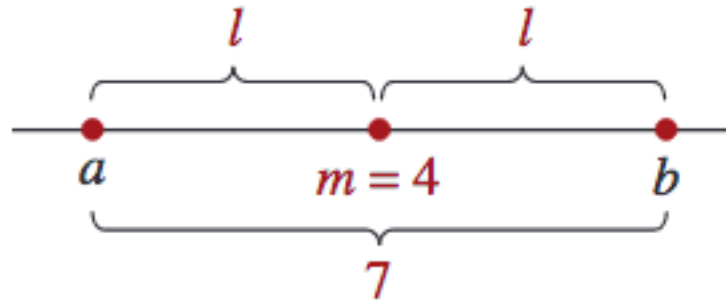




Ejemplo Punto medio

Punto medio

El segmento de recta que une a a y b tiene punto medio $m = 4$. Si la distancia de a a b es de 7, halle a y b .



$$l = d(a, m) = d(m, b).$$

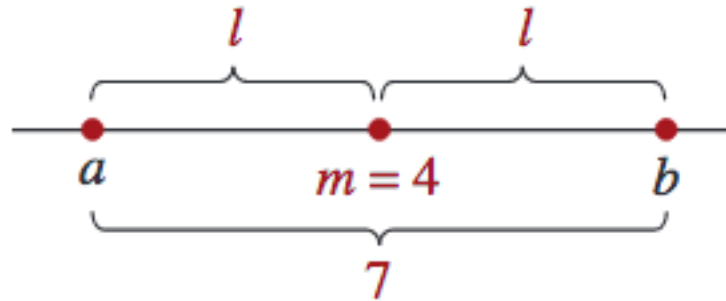




Ejemplo Punto medio

Punto medio

El segmento de recta que une a a y b tiene punto medio $m = 4$. Si la distancia de a a b es de 7, halle a y b .



$$l = d(a, m) = d(m, b).$$

Por tanto, $2l = 7$ o $l = \frac{7}{2}$. Ahora tenemos que $a = 4 - \frac{7}{2} = \frac{1}{2}$ y $b = 4 + \frac{7}{2} = \frac{15}{2}$.





Teoremas para la solución de desigualdades

Definimos las relaciones de orden como “**mayor que**” y “**menor que**” y vimos cómo interpretarlas en la recta de los números reales. En esta sección nos interesa resolver varios tipos de desigualdades (o inecuaciones) con una variable x . Si un número real se sustituye por la variable x en una desigualdad como.

$$3x - 7 > 4$$





Operaciones que producen desigualdades equivalentes.

Supóngase que a y b son números reales y c es un número real distinto de cero. Entonces, la desigualdad a, b es equivalente a

$$i) \quad a + c < b + c$$

$$ii) \quad a \cdot c < b \cdot c, \quad \text{para} \quad c > 0$$

$$iii) \quad a \cdot c > b \cdot c, \quad \text{para} \quad c < 0$$





Demostración *i*)

Para demostrar el inciso *i*), partimos del supuesto que $a < b$. Entonces, de la definición 2.2.1 se desprende que $b - a$ es positivo. Si sumamos $c - c = 0$ a un número positivo, la suma es positiva. Por tanto,

$$\begin{aligned} b - a &= b - a + (c - c) \\ &= b + c - a - c \\ &= (b + c) - (a + c) \end{aligned}$$

es un número positivo. En consecuencia, tenemos que $a + c < b + c$.





Operaciones que producen desigualdades equivalentes.

$$i) \quad a + c < b + c$$

$$ii) \quad a \cdot c < b \cdot c, \quad \text{para} \quad c > 0$$

$$iii) \quad a \cdot c > b \cdot c, \quad \text{para} \quad c < 0$$

Las propiedades *i)* y *iii)* también son verdaderas con $>$ en lugar de $<$, y $<$ en lugar de $>$. También pueden formularse para las relaciones de orden \leq y \geq .





Advertencia.

La propiedad *iii)* se olvida a menudo al resolver desigualdades.

Expresada con palabras, la propiedad.

iii) postula que **Si una desigualdad se multiplica por un número negativo, la dirección de la desigualdad se invierte.**

Por ejemplo, si multiplicamos la desigualdad $-2 < 5$ por -3 , el símbolo *menor que* cambia al símbolo *mayor que*:

$$-2(-3) > 5(-3) \quad \text{o} \quad 6 > -15$$





Ejercicios.

Dejamos la comprobación de ii) y iii) como ejercicios

$$\text{ii) } a \cdot c < b \cdot c, \quad \text{para } c > 0$$

$$\text{iii) } a \cdot c > b \cdot c, \quad \text{para } c < 0$$





Notación de intervalos

Desigualdad	Conjunto solución	Notación de intervalos	Nombre	Gráfica
$a < x < b$	$\{x \mid a < x < b\}$	(a, b)	Intervalo abierto	
$a \leq x \leq b$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	Intervalo cerrado	
$a < x \leq b$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	$(a, b]$	Intervalo semiabierto	
$a \leq x < b$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	$[a, b)$	Intervalo semiabierto	
$a < x$	$\{x \mid a < x < \infty\}$	(a, ∞)	Intervalos no acotados o infinitos	
$x < b$	$\{x \mid -\infty < x < b\}$	$(-\infty, b)$		
$x \leq b$	$\{x \mid -\infty < x \leq b\}$	$(-\infty, b]$		
$a \leq x$	$\{x \mid a \leq x < \infty\}$	$[a, \infty)$		
$-\infty < x < \infty$	$\{x \mid -\infty < x < \infty\}$	$(-\infty, \infty)$		





Resolución de desigualdades lineales

Cualquier desigualdad que pueda escribirse de una de las formas

$$ax + b < 0, \quad \text{con } ax + b > 0$$

$$ax + b \geq 0, \quad \text{con } ax + b \leq 0$$

donde a y b son números reales, se llama **desigualdad lineal** en la variable x .





Ejemplo desigualdades lineales

Resuelva $\frac{1}{2} - 3x \leq \frac{5}{2}$.





Ejemplo desigualdades lineales

Resuelva $\frac{1}{2} - 3x \leq \frac{5}{2}$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} - 3x &\leq \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 3x &\leq -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \\ -3x &\leq \frac{4}{2} \\ -3x &\leq 2 \\ \left(-\frac{1}{3}\right)(-3x) &\geq \left(-\frac{1}{3}\right)2 \\ x &\geq -\frac{2}{3}.\end{aligned}$$



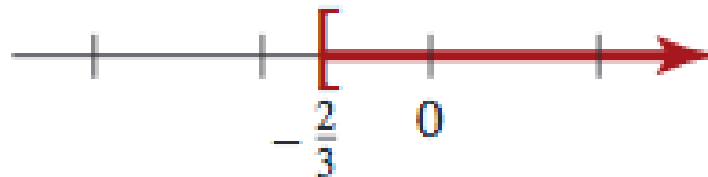


Ejemplo desigualdades lineales

Resuelva $\frac{1}{2} - 3x \leq \frac{5}{2}$.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} - 3x &\leq \frac{5}{2} \\ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 3x &\leq -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} \\ -3x &\leq \frac{4}{2} \\ -3x &\leq 2 \\ (-\frac{1}{3})(-3x) &\geq (-\frac{1}{3})2 \\ x &\geq -\frac{2}{3}.\end{aligned}$$

$\{x \mid x \text{ es real y } x \geq -\frac{2}{3}\}$.



Recta de la solución del problema 2





Desigualdades simultáneas

Una desigualdad de la forma $a < x < b$

se denomina en ocasiones **desigualdad simultánea** porque el número x está entre los números a y b

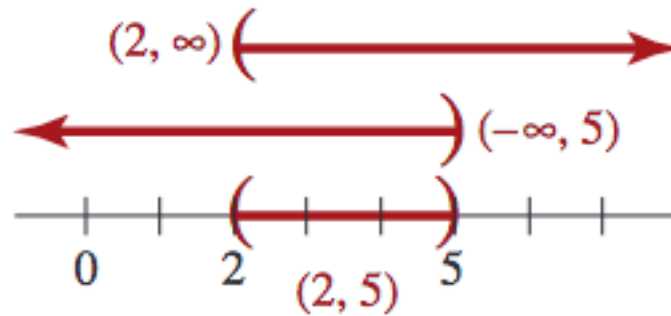




Desigualdades simultáneas

Una desigualdad de la forma $a < x < b$

se denomina en ocasiones **desigualdad simultánea** porque el número x está entre los números a y b



Solución gráfica de desigualdad simultánea.





Ejemplo 1 Desigualdades simultáneas

Resuelva $-7 \leq 2x + 1 < 19$. Dé las soluciones en notación de intervalo y trace la gráfica correspondiente.



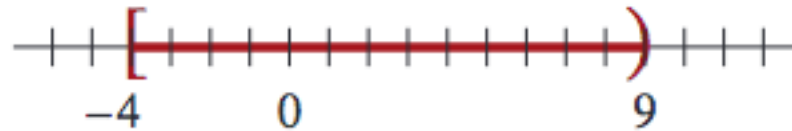


Ejemplo 1 Desigualdades simultáneas

Resuelva $-7 \leq 2x + 1 < 19$. Dé las soluciones en notación de intervalo y trace la gráfica correspondiente.

Solución Obtenemos desigualdades equivalentes como sigue:

$$\begin{aligned} -7 &\leq 2x + 1 < 19 \\ -7 - 1 &\leq 2x + 1 - 1 < 19 - 1 \\ -8 &\leq 2x < 18 \\ \left(\frac{1}{2}\right)(-8) &\leq \left(\frac{1}{2}\right)2x < \left(\frac{1}{2}\right)18 \\ -4 &\leq x < 9. \end{aligned}$$





Ejemplo 2 Desigualdades simultáneas

Resuelva $-1 < 1 - 2x < 3$. Dé las soluciones en notación de intervalos y trace la gráfica respectiva.

Solución Debe explicar por qué las siguientes son desigualdades equivalentes:





Ejemplo 3 Desigualdades simultáneas

A la señora Juana se le pagan \$15 000 al año más una comisión de 8% sobre sus ventas.

¿Qué ventas anuales corresponderían a un ingreso anual entre \$23 000 y \$27 000?





Ejemplo 3 Desigualdades simultáneas

A la señora Juana se le pagan \$15 000 al año más una comisión de 8% sobre sus ventas.

¿Qué ventas anuales corresponderían a un ingreso anual entre \$23 000 y \$27 000?

Solución Si x representa la cantidad en dinero de las ventas anuales de la señora Juana, entonces $15\ 000 + 0.08x$ es igual a su ingreso anual. Por tanto, queremos hallar x tal que





Ejemplo 3 Desigualdades simultáneas

A la señora Juana se le pagan \$15 000 al año más una comisión de 8% sobre sus ventas.

¿Qué ventas anuales corresponderían a un ingreso anual entre \$23 000 y \$27 000?

Solución Si x representa la cantidad en dinero de las ventas anuales de la señora Juana, entonces $15\ 000 + 0.08x$ es igual a su ingreso anual. Por tanto, queremos hallar x tal que

$$23\ 000 \leq 15\ 000 + 0.08x \leq 27\ 000$$





Ejemplo 3 Desigualdades simultáneas

Resolvemos esta desigualdad como sigue:





Ejemplo 3 Desigualdades simultáneas

Resolvemos esta desigualdad como sigue:

$$\begin{aligned}8\ 000 &\leq 0.08x \leq 12\ 000 \\ \left(\frac{100}{8}\right)8\ 000 &\leq \left(\frac{100}{8}\right)(0.08)x \leq \left(\frac{100}{8}\right)12\ 000 \\ 100\ 000 &\leq x \leq 150\ 000.\end{aligned}$$





Ejemplo 3 Desigualdades simultáneas

Resolvemos esta desigualdad como sigue:

$$\begin{aligned}8\ 000 &\leq 0.08x \leq 12\ 000 \\ \left(\frac{100}{8}\right)8\ 000 &\leq \left(\frac{100}{8}\right)(0.08)x \leq \left(\frac{100}{8}\right)12\ 000 \\ 100\ 000 &\leq x \leq 150\ 000.\end{aligned}$$

Así, las ventas anuales de la señora Johnson deben estar entre \$100 000 y \$150 000 para que su ingreso anual oscile entre \$23 000 y \$27 000.





Desigualdades de valor absoluto

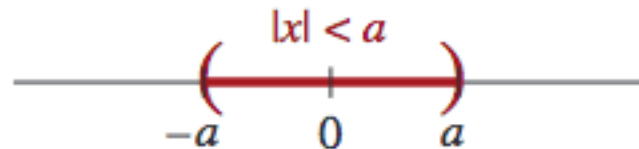
Muchas aplicaciones importantes de las desigualdades implican también **valores absolutos**. Recuerde que $|x|$ representa la distancia a lo largo de la recta numérica desde x hasta el origen.



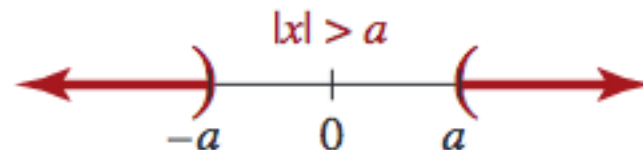


Desigualdades de valor absoluto

Muchas aplicaciones importantes de las desigualdades implican también **valores absolutos**. Recuerde que $|x|$ representa la distancia a lo largo de la recta numérica desde x hasta el origen.



a) La distancia entre x y 0 es *menor* que a



b) La distancia entre x y 0 es *mayor* que a





Teorema Desigualdades de valor absoluto

Estas observaciones geométricas indican la interpretación siguiente de dos clases de desigualdades de valor absoluto.

i) $|x| < a$ si y sólo si $-a < x < a$.

ii) $|x| > a$ si y sólo si $x < -a$ o $x > a$.





Ejemplo 1 Desigualdades de valor absoluto

Resuelva las desigualdades **a)** $|x| < 1$ **b)** $|x| \geq 5$.

Solución **a)** Según *i)* del teorema 3.6.2, la desigualdad $|x| < 1$ equivale a la desigualdad simultánea $-1 < x < 1$. Por tanto, el conjunto solución de $|x| < 1$ es el intervalo $(-1, 1)$.

b) Según *ii)* del teorema 3.6.2, la desigualdad $|x| \geq 5$ equivale a la pareja de desigualdades: $x \leq -5$ o $x \geq 5$. Por consiguiente, $|x| \geq 5$ se satisface para números dentro del intervalo $(-\infty, -5]$ o del intervalo $[5, \infty)$. ≡

$$(-\infty, -5] \cup [5, \infty).$$





Ejemplo 2 desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 7| < 1$ y grafique el conjunto solución.





Ejemplo 2 desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 7| < 1$ y grafique el conjunto solución.

Solución Si sustituimos x por $3x - 7$ y a por el número 1, la propiedad *i*) del teorema 3.6.2 produce la desigualdad simultánea equivalente





Ejemplo 2 desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 7| < 1$ y grafique el conjunto solución.

Solución Si sustituimos x por $3x - 7$ y a por el número 1, la propiedad *i*) del teorema 3.6.2 produce la desigualdad simultánea equivalente

$$-1 < 3x - 7 < 1$$

Para resolver comenzamos por sumar 7 en las desigualdades:





Ejemplo 2 desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 7| < 1$ y grafique el conjunto solución.

Solución Si sustituimos x por $3x - 7$ y a por el número 1, la propiedad *i*) del teorema 3.6.2 produce la desigualdad simultánea equivalente

$$-1 < 3x - 7 < 1$$

Para resolver comenzamos por sumar 7 en las desigualdades:

$$1 + 7 < 3x - 7 + 7 < 1 + 7$$

$$6 < 3x < 8$$

Al multiplicar la última desigualdad por $\frac{1}{3}$ se obtiene





Ejemplo 2 desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 7| < 1$ y grafique el conjunto solución.

Solución Si sustituimos x por $3x - 7$ y a por el número 1, la propiedad *i*) del teorema 3.6.2 produce la desigualdad simultánea equivalente

$$-1 < 3x - 7 < 1$$

Para resolver comenzamos por sumar 7 en las desigualdades:

$$\begin{aligned} 1 + 7 &< 3x - 7 + 7 < 1 + 7 \\ 6 &< 3x < 8 \end{aligned}$$

Al multiplicar la última desigualdad por $\frac{1}{3}$ se obtiene

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)6 &< \left(\frac{1}{3}\right)3x < \left(\frac{1}{3}\right)8 \\ 2 &< x < \frac{8}{3}. \end{aligned}$$





Ejemplo 2 desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 7| < 1$ y grafique el conjunto solución.

Solución Si sustituimos x por $3x - 7$ y a por el número 1, la propiedad *i*) del teorema 3.6.2 produce la desigualdad simultánea equivalente

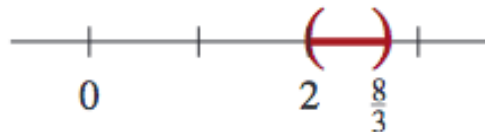
$$-1 < 3x - 7 < 1$$

Para resolver comenzamos por sumar 7 en las desigualdades:

$$\begin{aligned} 1 + 7 &< 3x - 7 + 7 < 1 + 7 \\ 6 &< 3x < 8 \end{aligned}$$

Al multiplicar la última desigualdad por $\frac{1}{3}$ se obtiene

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3}\right)6 &< \left(\frac{1}{3}\right)3x < \left(\frac{1}{3}\right)8 \\ 2 &< x < \frac{8}{3}. \end{aligned}$$





Ejemplo 2 desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 7| < 1$ y grafique el conjunto solución.

Solución Si sustituimos x por $3x - 7$ y a por el número 1, la propiedad *i*) del teorema 3.6.2 produce la desigualdad simultánea equivalente

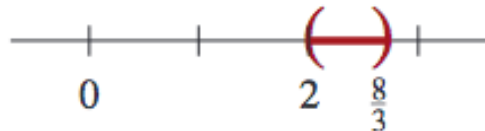
$$-1 < 3x - 7 < 1$$

Para resolver comenzamos por sumar 7 en las desigualdades:

$$1 + 7 < 3x - 7 + 7 < 1 + 7$$
$$6 < 3x < 8$$

Al multiplicar la última desigualdad por $\frac{1}{3}$ se obtiene

$$\left(\frac{1}{3}\right)6 < \left(\frac{1}{3}\right)3x < \left(\frac{1}{3}\right)8$$
$$2 < x < \frac{8}{3}$$





Ejemplo 3 Desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 4| \leq 0$.

Solución Como el valor absoluto de una expresión nunca es negativo, los únicos valores que satisfacen la desigualdad dada son aquellos para los cuales

⋮





Ejemplo 3 Desigualdades de valor absoluto

Resuelva $|3x - 4| \leq 0$.

Solución Como el valor absoluto de una expresión nunca es negativo, los únicos valores que satisfacen la desigualdad dada son aquellos para los cuales

$$|3x - 4| = 0 \quad \text{o} \quad 3x - 4 = 0$$

Entonces, el conjunto solución consta del número $\frac{4}{3}$.

≡





Ejemplo 3 Desigualdades de valor absoluto

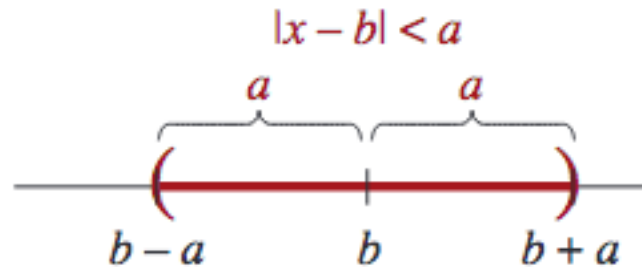
Resuelva $|3x - 4| \leq 0$.

Solución Como el valor absoluto de una expresión nunca es negativo, los únicos valores que satisfacen la desigualdad dada son aquellos para los cuales

$$|3x - 4| = 0 \quad \text{o} \quad 3x - 4 = 0$$

Entonces, el conjunto solución consta del número $\frac{4}{3}$.

≡



La distancia entre x y b es menor que a





Ejemplo 4 Desigualdades de valor absoluto

Halle una desigualdad de la forma $|x - b| < a$ cuyo conjunto solución sea el intervalo abierto $(4, 8)$.





Ejemplo 4 Desigualdades de valor absoluto

Halle una desigualdad de la forma $|x - b| < a$ cuyo conjunto solución sea el intervalo abierto $(4, 8)$.

Solución El punto medio del intervalo $(4, 8)$ es $m = \frac{4 + 8}{2} = 6$. La distancia entre el punto medio m y uno de los extremos del intervalo es $d(m, 8) = |8 - 6| = 2$. Por tanto, como $b = 6$ y $a = 2$, la desigualdad requerida es $|x - 6| < 2$. ≡



Conclusión

Las desigualdades modelan problemas que tienen un rango de respuestas válidas. Pueden ser descritas en la recta numérica, y pueden ser manipuladas para simplificarlas o resolverlas.

